

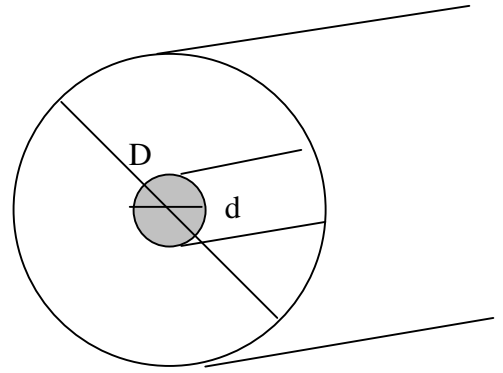
Esercizio n.8

Un dispositivo per rivelare particelle ionizzanti è costituito da un filo conduttore di diametro $d = 1.50 \cdot 10^{-4}$ cm, circondato da un involucro cilindrico conduttore di spessore trascurabile ed avente diametro $D = 3.00$ cm.

Si assuma che tra il cilindro e il filo venga applicata una tensione di $\Delta V = 500$ V, che tra i due conduttori ci sia il vuoto e che la lunghezza del dispositivo sia molto maggiore dei diametri dei suoi costituenti.

Calcolare:

- il campo elettrico E all'interno del filo e nella regione compresa tra i due conduttori,
- la carica per unità di lunghezza λ e la carica per unità di superficie σ presente sul filo



Soluzione

Il campo elettrico tra il filo e l'involucro cilindrico può essere calcolato tramite la legge di Gauss, applicata ad una superficie cilindrica chiusa di raggio di base r , coassiale con l'asse del dispositivo:

$$E 2\pi r L = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\pi d \sigma L}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{d \sigma}{2 \epsilon_0 r}$$

dove d è il diametro del filo, L la lunghezza del dispositivo, σ assunta >0 , è la densità di carica superficiale sulla superficie del filo.

Dalla definizione di differenza di potenziale elettrico si ha che

$$\Delta V \equiv V_+ - V_- = \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} \frac{d\sigma}{2\epsilon_0 r} dr = \frac{d\sigma}{2\epsilon_0} \ln \frac{D}{d} \Rightarrow \sigma = \frac{2\epsilon_0 \Delta V}{d \ln \frac{D}{d}} = 0.59 \frac{\text{mC}}{\text{m}^2}$$

dove V_+ , V_- sono rispettivamente i potenziali elettrici del filo e del cilindro.

Da qui si può ricavare λ :

$$\lambda = \pi d \sigma = 2.8 \frac{\text{nC}}{\text{m}}$$

Il campo elettrico sulla superficie del filo vale:

$$E = \frac{d\sigma}{2\epsilon_0 \frac{d}{2}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = 67 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Il campo elettrico sulla superficie, interna, del cilindro vale:

$$E = \frac{d\sigma}{2\epsilon_0 \frac{D}{2}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{d}{D} = 3.33 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$